

# АУДИТ БЕЗОПАСНОСТИ. ОЦЕНКА И УПРАВЛЕНИЕ РИСКАМИ

Акбиев Р. Т., канд. техн. наук  
(ФГБУ «ЦНИИП Минстроя России», ИФЗ РАН им. О. Ю. Шмидта, г. Москва),  
Астафьева А. В., магистр,  
Уздин А. М., д-р техн. наук, проф.  
(ПГУПС, г. Санкт-Петербург)

## О ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УЩЕРБА ДЛЯ ЖИЛОЙ ЗАСТРОЙКИ ПРИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ

Анализ сейсмического риска при проектировании и оценке качества застройки в пределах урбанизированной территории может осуществляться по базе известных общих формул. При этом следует учитывать характер такой застройки, а вместо суммы по баллам для построения распределения ущерба необходимо использовать интегралы по непрерывному расчетному баллу. В работе показано, что прямое суммирование по целым баллам приводит к полиэкстремальной функции распределения ущерба, что на практике может привести к «дезинформации» участников градостроительной деятельности при использовании полученных в результате анализа оценок значений рисков для целей планирования и управления устойчивого развития территорий, включая страхование.

Ключевые слова: землетрясение, риск (сейсмический, экономический), сейсмостойкость, сооружение, устойчивое развитие, урбанизированная территория, ущерб, функции плотности распределения

Задаче оценки ущербов посвящено больше число исследований. В их основу положена формула, предложенная академиком Л. В. Канторовичем и его учениками [1], [2]. Они оценивали математическое ожидание ущерба от сейсмического воздействия, которое названо сейсмическим риском  $R$  и рассчитывается по формуле

$$R(K_S) = \sum_{I=K_S^{(\min)}}^{I_{\max}} D(K_S, I) \cdot L(I), \quad (1)$$

где  $K_S$  — класс сейсмостойкости сооружения, т.е. сила землетрясения, на которую сооружение рассчитано [3], [4];

$K_S^{(\min)}$  — минимальный класс сейсмостойкости, т.е. сила землетрясения, при которой начинаются повреждения сооружения [3];

$I_{\max}$  — сила максимального возможного землетрясения в баллах;

$L(I)$  — повторяемость землетрясений силой  $I$  баллов в районе расположения сооружения.

В развитии формул для оценки риска в [5], [6] оценена дисперсия ущерба, которая определяется по формуле

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^n L_i [\sigma_{D_i}^2 + D_i^2 (1 - L_i)], \quad (2)$$

где  $\sigma_R^2$  — дисперсия величины ущерба с учетом вероятности возникновения землетрясения;

$\sigma_R$  — соответствующее среднее квадратическое отклонение;

$\sigma_{D_i}$  — среднее квадратическое отклонение ущерба при условии, что землетрясение произошло.

По заданным математическому ожиданию  $R$  и среднее квадратическому отклонению  $\sigma_R$  строятся функции распределения ущерба. Для землетрясения силой  $I$  функция плотности распределения ущерба при условии, что землетрясение произошло, описывается  $\beta$ -распределением [7], [8], имеющим вид:

$$p(D) = \frac{D^\nu \cdot (1-D)^\mu}{B(\nu, \mu)}, \quad (3)$$

где  $\nu$  и  $\mu$  — параметры распределения ущерба,  $B(\nu, \mu)$  —  $\beta$ -функция.

Характерный вид функции плотности распределения ущерба показан на рисунке 1.

Для учета вероятности возникновения землетрясений в качестве функции плотности распределения в [5], [6] предложено использовать формулу вида

$$p_R(x) = (1-L)\delta(x+0) + L \cdot p(x), \quad (4)$$

где  $\delta(x)$  — импульсная  $\delta$ -функция Дирака.

В формулу для оценки рисков входит сумма рисков от землетрясений силой  $I$  баллов. Как известно, функция плотности распределения суммы событий равна свертке функций плотности распределения каждого из событий.

Для двух землетрясений, например силой  $I_1$  и  $I_2$ , функция плотности распределения будет иметь вид [9]:

$$p_{I_1+I_2}(D) \approx (1-L_1-L_2)\delta(D) + L_1(1-L_2)p_1(D). \quad (5)$$

Соответствующие функции построены в работах [6], [10].

Если  $L_i \ll 1$ , то

$$p_{I_1+I_2+\dots+I_n}(D) \approx (1-\sum_{i=1}^n L_i)\delta(D) + \sum_{i=1}^n L_i p_i(D). \quad (6)$$

Использование изложенной теории для жилой застройки в пределах конкретной территории требует учета ряда особенностей, причем расчетные формулы будут отличаться для вновь застраиваемой и для эксплуатируемой территорий.

Первая особенность связана с дисперсией распределения ущерба. На застройку территории приходится работать не с одним и не с двумя объектами, а часто с группами (множеством) зданий, сооружений и их комплексов. При рассмотрении нескольких объектов математическое ожидание ущерба и дисперсия возрастают, как известно, пропорционально числу таких объектов. Поэтому среднее квадратическое отклонение будет расти пропорционально корню из числа зданий на территории, что, безусловно, улучшает прогноз ожидаемых потерь. Этот факт отмечался в ряде исследований [6], [11].

Вторая особенность также отмечена исследователями указанных в тех же работах связана с тем, что при изучении большого числа взаимосвязанных событий распределение суммы таких событий стремится к нормальному. При рассмотрении, например десяти и более объектов  $\beta$ -распределение можно заменить на нормальное.

Третья особенность связана с наличием в системе застройки объектов различного типа, для каждого из которых характерна своя платежная матрица или функция  $D(K_S, I)$ . В этом случае необ-

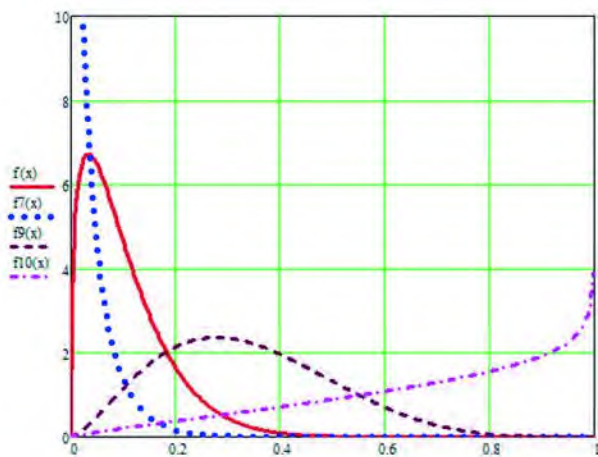


Рисунок 1 — Функция плотности распределения ущерба для кирпичного здания, рассчитанного на 8 баллов от землетрясений разной силы  $f(x) - I = 8; f7(x) - I = 7; f9(x) - I = 9; f10(x) - I = 10$

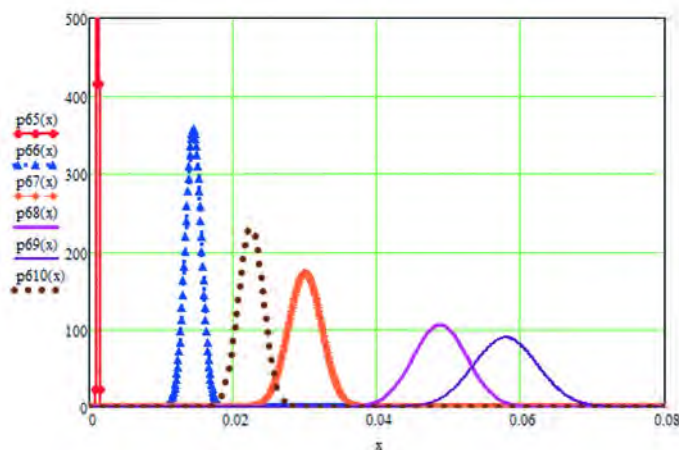


Рисунок 2 — Функции плотности распределения ущерба для землетрясений различной силы  $f(x) - I = 8; f7(x) - I = 7; f9(x) - I = 9; f10(x) - I = 10$

ходимо различать новую и существующую застройки и говорить о классе сейсмостойкости объектов. В [12] авторами настоящей публикации приведена формула определения функции уязвимости  $D(K_s, I)$  для смешанной застройки первого типа. При этом ущерб вычисляется с использованием исходной формулы (1) (см. выше). Для существующей застройки возникает необходимость суммирования по каждому классу сейсмостойкости, что приводит в итоге к изменению функции плотности распределения ущерба такой застройки.

Построение функции плотности распределения ущерба для территории начинается с построения такого ущерба от землетрясений различной силы. Для этого достаточно знать математическое ожидание ущерба и его дисперсию. Примеры вычисления этих

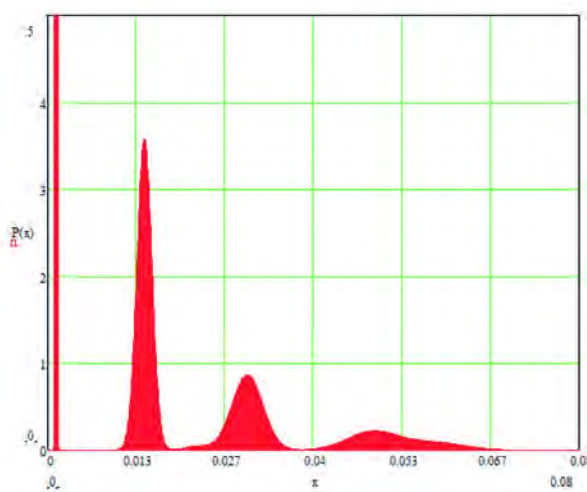


Рисунок 3 — Функция плотности распределения ущерба для существующей (требующей усиления) застройки от всех возможных землетрясений

величин для района с повторяемостью сотрясений  $T = (20; 100; 200; 500; 5000; 20000)$  приведены в таблице 1.

В таблице 1 данные о характере застройки, характеризуемые вектором распределения объектов по их типу

и по их стоимости приняты в соответствии с [12].

Таблица описывает ущерб от землетрясения в зависимости от его характеристик, а также риск возникновения такого ущерба. Желтым цветом выделены ячейки с рисками, возникающими в результате землетрясений силой  $I$  баллов в зависимости от класса сейсмостойкости  $K_s$  ( $I = 5 \dots 10$ ). Розовым цветом выделены ячейки с суммарным риском от всех землетрясений.

С учетом вышесказанного в качестве функции плотности распределения ущерба можно принять нормальный закон распределения с математическим

ожиданием, соответствующим значениям рисков в таблице 1 для каждой силы землетрясения  $I$ . Например для неусиленных зданий риски  $R_i$  составят 0,0012; 0,0145...0,022 соответственно для  $I = 5, 6 \dots 10$  баллов.

Таблица 1

Характеристика землетрясения	Сила $I$ , баллы	5	6	7	8	9	10	Суммарный риск $R = \sum (D_i * L_i)$	
	Повторяемость $T_{eq}$ , годы		20	100	200	500	5000		20000
Сотрясаемость $L = 1/T_{eq}$		0,05	0,01	0,005	0,002	0,001	0,0002		
Класс сейсмостойкости сооружения $K_s$ , баллы	6	Ущерб от землетрясения, $D6$	0,024	1,446	6,03	24,41	57,85	112,63	$R6$
	Риск, $D6 * L_i$	0,0012	0,0145	0,0302	0,0488	0,0579	0,022	0,175	
7	Ущерб от землетрясения, $D7$	0,0029	0,417	3,931	16,498	42,251	88,434	$R7$	
	Риск, $D7 * L_i$	0,000145	0,00417	0,0196	0,0329	0,0422	0,017	0,117	
8	Ущерб от землетрясения, $D8$	0	0,228	2,762	8,962	28,957	62,97	$R8$	
	Риск, $D8 * L_i$	0	0,00228	0,0138	0,0179	0,0289	0,012	0,076	
9	Ущерб от землетрясения, $D9$	0	0,126	1,498	5,662	17,443	47,259	$R9$	
	Риск, $D9 * L_i$	0	0,00126	0,0074	0,0113	0,0174	0,009	0,047	

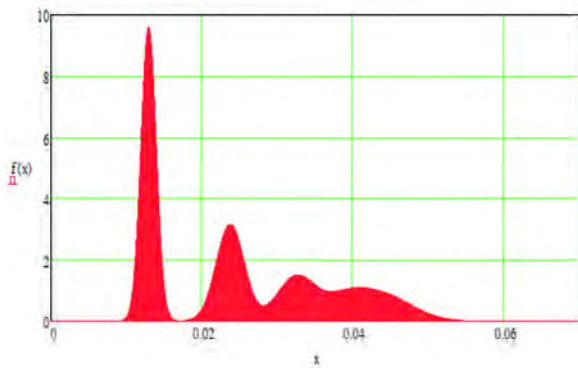


Рисунок 4 — Функция плотности распределения ущерба для существующей (требующей усиления) застройки от всех возможных землетрясений с учетом промежуточных баллов

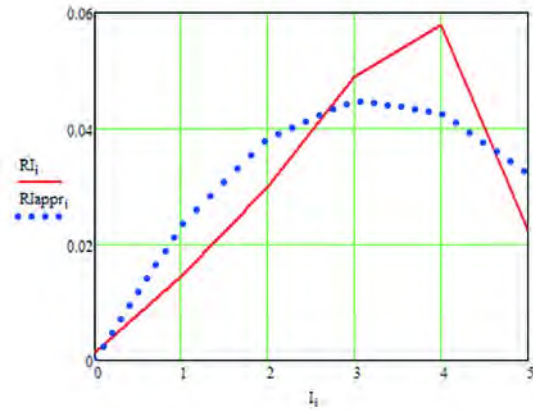


Рисунок 5 — Аппроксимация величины риска от силы землетрясения  $I$  (сплошная линия — результаты расчета по формуле (1), точечная линия — аппроксимация параболой)

Определенные в соответствии с рекомендациями работы [13] среднеквадратические отклонения  $\sigma_R$  равны  $0,4R_I$ . На рисунке 2 представлены функции плотности распределения для неусиленных зданий ( $K_s = 6$ ).

Из рисунка 2 видно, что наиболее вероятным является относительно небольшой ущерб, вызванный 5-балльными сотрясениями (кривая красного цвета).

По формуле (6) несложно перейти к функции плотности распределения ущерба от всех землетрясений, которая в обобщенном виде представлена на рисунке 3.

Как показывает анализ построенной «кривой» очевидна полиэкстремальность функции плотности распределения, отмеченная еще в работе [6]. Наиболее характерны ущербы 0,08%, 1,46%, 3%, 4,9%. Вместе с тем, в диапазонах 0,2% — 1,1%, 1,8% — 2%, 3,7% — 3,9%, 6,7% — 100% вероятность ущербов почти нулевая. Такой парадоксальный результат связан с тем, что мы связываем ущербы с целыми баллами, иными словами, на площадке возможны землетрясения с целыми значениями баллов  $I = 5, 6 \dots 10$ , а землетрясения промежуточной силы отсутствуют, соответственно, на функции плотности распределения пики соответствуют целым баллам, а провалы соответствуют «отсутствующим» баллам. Такой функцией (с «провалами») нельзя пользоваться при выборе степени усиления и оценке страхования строительных объектов.

Можно конечно пытаться сгладить функцию плотности распределения ущербов используя суммирование по по-

ловинкам баллов, но как показывают результаты такого подхода, выполненного авторами (см. рисунок 4) это не позволяет полностью ликвидировать полиэкстремальность ранее полученной функции плотности распределения ущерба.

В связи с этим возникает необходимость использования непрерывного расчетного балла с заменой суммы в формуле (1) интегрированием. В качестве эффективности такого приема на рисунке 5 приведена «кривая аппроксимации» величины риска от силы землетрясения  $I$  применительно к рассмотренному выше примеру. При этом, сплошная линия (выделена красным цветом) на рисунке соединяет точки со значениями вычисленного риска, а точечная линия синего цвета представляет собой аппроксимацию расчетных значений параболой

$$R(I) = a_R I^2 + b_R, \quad (7)$$

с параметрами значений для нашего случая  $a_R = -4,25 \cdot 10^{-3}$ ;  $b_R = 0,028$ .

Для расчета сотрясаемости удобнее всего использовать формулу, представляющую известную связь повторяемости  $T_{eq}$  землетрясения с расчетным баллом

$$\lg T_{eq} = aI + b. \quad (8)$$

Исходя из которой получаем формулу

$$L(I) = \frac{1}{10^{aI+b}}. \quad (9)$$

С учетом вышесказанного вместо формулы (6) получим

$$p(D) = p_0 \delta(D) + \int_5^{10} R(I) \cdot L(I) dI. \quad (10)$$

В формуле (10) интегрирование ведется от  $I$  от 5 до 10 баллов, при этом предполагается, что землетрясения нижней границы не приносят ущерба, а максимальные воздействия силой 10 баллов нет смысла рассматривать. Величина  $p_0$  равна вероятности того, что за год не произойдет землетрясений более 5 баллов.

На рисунке 6 приведена функция распределения плотности ущерба, построенная по формуле (10), при этом  $\delta$ -функция в начале координат намеренно не показана.

Как видно из рисунка 6, полученное значение функции плотности распределения ущерба  $\varphi(x)$  не является полиэкстремальной, а равномерно убывает от значения 0,0015 до 0,06.

В рамках данной работы функция плотности распределения ущерба построена для существующей (требующей усиления) застройки ( $K_s = 6$ ). Нетрудно получить аналогичные функции для различных значений  $K_s$ . В результате последовательно выполняемых

расчетов для каждой величины ущерба можно оценить вероятность его появления. В нашем случае, например, вероятность ущерба, равная 0,05% от стоимости застройки составит величину:  $P_{0.05} = \int_{0.05}^1 \varphi(x) dx = 2,4 \cdot 10^{-4}$ .

#### Заключение

Анализ сейсмического риска при проектировании

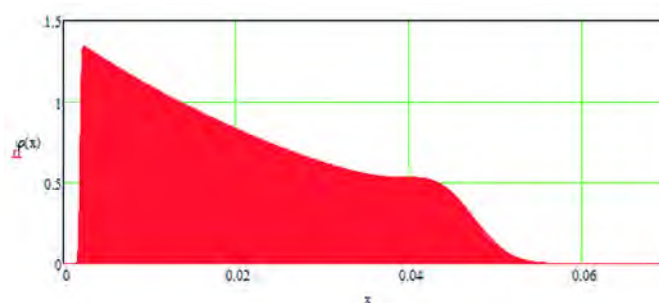


Рисунок 6 — Функция плотности распределения ущерба для существующей (требующей усиления) застройки от всех возможных землетрясений, полученная путем интегрирования по непрерывному расчетному баллу



и оценке качества застройки в пределах урбанизированной территории может осуществляться по базе известных общих формул, предложенных академиком Л. В. Канторовичем, одним из основоположников советской научной школы данного направления. При этом следует учитывать характер такой застройки, а вместо суммы по баллам для построения распределения ущерба необходимо использовать интегралы по непрерывному расчетному баллу.

В работе приведены результаты исследований в этом направлении, где показано, что прямое суммирование по целым баллам приводит к полиэкстремальной функции распределения ущерба, что на практике может привести к «дезинформации» участников градостроительной деятельности при использовании полученных в результате анализа оценок значений рисков для целей планирования и управления устойчивого развития территорий, включая страхование.

#### Библиография

1. Канторович Л. В., Кейлис-Борок В. И., Молчан Г. И. Сейсмический риск и принципы сейсмического районирования. // Вычислительные и статистические методы интерпретации сейсмических данных. Раздел

«Вычислительная сейсмология». 1974. Выпуск 6. С. 3-20.

2. Кейлис-Борок В. И., Нерсесов И. А., Яглом А. М. Методы оценки экономического эффекта сейсмостойкого строительства. — М.: Издательство АН СССР. 1962. 46 с.

3. РСН-44-88 Инструкция по оценке сейсмостойкости эксплуатируемых мостов на сети железных и автомобильных дорог (на территории Туркменской ССР). — Ашхабад: Ылым. 1988. 106 с.

4. Уздин А. М., Сандович Т. А., Аль-Насер-Мохомад Самих Амин. Основы теории сейсмостойкости и сейсмостойкого строительства зданий и сооружений. — Санкт-Петербург: ВНИИГ им. Б. Г. Веденеева. 1993. 175 с.

5. Богданова М. А., Огнева С. С., Уздин А. М., Чернов В. П. Оценка доверительных границ для величины риска. // Природные и техногенные риски. Безопасность сооружений. 2013. №3. С. 46-49.

6. Богданова М. Ю., Сигидов В. В., Уздин А. М., Чернов В. П. Статистические характеристики ущерба в теории риска. // Современная экономика: проблемы и решения. 2016. №5. С. 22-30.

7. Зайнулабидова Х. Р., Уздин А. М., Чиркст Т. М. Зависимость функции распределения коммерческого ущерба при возможных землетрясениях от класса сейсмостойкости

сооружения. // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Раздел «Технические науки». 2017. Т. 44. №1. С. 162-173.

8. David Lallemand, Anne Kiremidjian. A Beta Distribution Model for Characterizing Earthquake Damage State Distribution. // Earthquake Spectra: August 2015, Vol. 31, No. 3, pp. 1337-1352.

9. Уздин А. М., Воробьев В. А., Богданова М. А., Сигидов В. В., Ваничева С. С. Экономика сейсмостойкого строительства. — М.: ФГПУ ДПО «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте». 2017. 176 с.

10. Богданова М. А., Ильясов А. Б., Рахманова М. Оценка сейсмического риска для района г. Ашхабада. // Природные и техногенные риски. Безопасность сооружений. 2013. №6. С. 42-45.

11. Богданова М. Ю., Рахманова М., Уздин А. М., Чернов В. П. Оценка ценового коридора для страхования редких событий. // Финансы и бизнес. 2014. Т. 10. №3. С. 61-70.

12. Акбиев Р. Т., Богданова М. А., Уздин А. М. Оценка экономического сейсмического риска для территорий. // Природные и техногенные риски. Безопасность сооружений. 2019. №1. С. 36-38.

13. Воронец В. В., Сахаров О. А., Уздин А. М. Оценка статистических характеристик экономического сейсмического риска. // Сейсмостойкое строительство. 2000. №2. С. 6-8.

eng

Akbiev R. T., Astafieva A. V., Uzdin A. M.

## ABOUT THE FUNCTION OF DISTRIBUTION DENSITY OF DAMAGE TO RESIDENTIAL BUILDINGS DURING EARTHQUAKES

Analysis of seismic risk in the design and assessment of the quality of development within the urban area can be carried out on the basis of known General formulas. This should take into account the nature of such development, and instead of the amount of points to build the distribution of damage must be used integrals on the continuous calculation score. It is shown that the direct summation in units of points leads to polistirolnoj distribution function of damage which in practice can lead to «misinformation» of the participants of urban planning activities using the resulting analysis estimates the risk values for the purposes of planning and management of sustainable development of territories, including insurance.

Keywords: earthquake, risk (seismic, economic), earthquake resistance, construction, sustainable development, urbanized area, damage, distribution density functions

#### References

1. Kantorovich L. V., Kejlis-Borok V. I., Molchan G. I. Seismicheskij risk i principy seismicheskogo rajonirovaniya. // Vychislitelnye i statisticheskie metody interpretacii seismicheskikh dannyh. Razdel «Vychislitel'naya seismologiya». 1974. Vypusk 6. Pp. 3-20. (in Russian)

2. Kejlis-Borok V. I., Nersesov I. A., Yaglom A. M. Metody ocenki ekonomicheskogo efekta sejsmostojkogo stroitel'stva. — M.: Izdatel'stvo AN SSSR. 1962. 46 p. (in Russian)

3. RSN-44-88 Instrukcija po ocenke sejsmostojkosti ekspluatiruemyh mostov na seti zheleznih i avtomobil'nyh dorog (na territorii Turkmenskoj SSR). — Ashkhabad: Ylym. 1988. 106 p. (in Russian)

4. Uzdin A. M., Sandovich T. A., Al' — Naser-Mohomad Samih Amin. Osnovy teorii sejsmostojkosti i sejsmostojkogo stroitel'stva zdaniij i sooruzhenij. — Sankt-Peterburg: VNIIG im. B. G. Vedeneeva. 1993. 175 p. (in Russian)

5. Bogdanova M. A., Ogneva S. S., Uzdin A. M.,

CHernov V. P. Ocenka doveritel'nyh granic dlya velichiny riska. // Prirodnye i tekhnogennye riski. Bezopasnost' sooruzhenij. 2013. №3. Pp. 46-49. (in Russian)

6. Bogdanova M. YU., Sigidov V. V., Uzdin A. M., CHernov V. P. Statisticheskie harakteristiki ushcherba v teorii riska. // Sovremennaya ekonomika: problema i resheniya. 2016. №5. Pp. 22-30. (in Russian)

7. Zajnulabidova H. R., Uzdin A. M., CHirkst T. M. Zavisimost' funkcii raspredeleniya kommercheskogo ushcherba pri vozmozhnyh zemletryasenyah ot klassa sejsmostojkosti sooruzheniya. // Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Razdel «Tekhnicheskie nauki». 2017. T. 44. №1. Pp. 162-173. (in Russian)

8. David Lallemand, Anne Kiremidjian. A Beta Distribution Model for Characterizing Earthquake Damage State Distribution. // Earthquake Spectra: August 2015, Vol. 31, No. 3, pp. 1337-1352.

9. Uzdin A. M., Vorob'ev V. A., Bogdanova M. A., Sigidov V. V., Vanicheva S. S. Ekonomika sejsmostojko-

go stroitel'stva. — M.: FGPU DPO «Uchebno-metodicheskij centr po obrazovaniyu na zheleznodorozhnom transporte». 2017. 176 p. (in Russian)

10. Bogdanova M. A., Il'yasov A. B., Rahmanova M. Ocenka sejsmicheskogo riska dlya rajona g. Ashkhabada. // Prirodnye i tekhnogennye riski. Bezopasnost' sooruzhenij. 2013. №6. S. 42-45. (in Russian)

11. Bogdanova M. YU., Rahmanova M., Uzdin A. M., CHernov V. P. Ocenka cenovogo koridora dlya strahovaniya redkih sobytij. // Finansy i biznes. 2014. T. 10. №3. Pp. 61-70. (in Russian)

12. Akbiev R. T., Bogdanova M. A., Uzdin A. M. Ocenka ekonomicheskogo sejsmicheskogo riska dlya territorij. // Prirodnye i tekhnogennye riski. Bezopasnost' sooruzhenij. 2019. №1. Pp. 36-38. (in Russian)

13. Voronec V. V., Saharov O. A., Uzdin A. M. Ocenka statisticheskikh harakteristik ekonomicheskogo sejsmicheskogo riska. // Sejsmostojkoe stroitel'stvo. 2000. №2. Pp. 6-8. (in Russian)